Digitaltechnik

Tags	Digitaltechnik, Addierer
Autor/Impressum	Gottfried Straube Fjeldså, Steinerskolen i Stavanger
Geeignet für Klassenstufe	11.klasse
Pädagogische Ziele	Verstehen von logischen Grundlagen, praktische Erfahrung mit Schaltungsaufbau, Lesen und Umsetzen von Schaltplänen
Pädagogischer Hintergrund	Aufbauend auf Erfahrungen mit AND, OR und NOT-Gattern, wird das Erstellen von digitalen Schaltungen erlernt.
Nötige Vorbereitungen	
Hilfsmittel	Zu den Versuchen werden SN7408, SN7432 und SN7404-Bausteine verwendet. Drähte, Leuchtdioden und Batterien, samt Steckplatinen werden benötigt.
Involvierte Fächer	Mathematik, Zahlensysteme.
Erscheinungsdatum	2003
Letztes Überarbeitungsdatum	10. 12. 1012

Kurzbeschreibung

Digitaltechnik ist natürlich ein sehr umfangreiches Fach. Es gilt also einen Einfallswinkel zu schaffen, der die Grundprinzipien dieser Technologie ökonomisch und effektiv vermittelt.

Die Unterrichtspraxis der Steinerskolen in Stavanger, Norwegen, sieht folgende Progression vor:

1. Einführendes Gespräch: Wo finden wir digitale Schaltungen, und was ist der Unterschied zu analogen Schaltungen?
2. Kurzes Erfahren von AND-, OR- und NOT-Gattern
3. Wenn wir ein kombinatorisches Netz von Gattern vor uns haben, können wir leicht resümieren, wie das Ausgangssignal sein muss, wenn man die Zustände an den Eingängen ändert. Der umgekehrte Fall ist jedoch schwieriger: Wie entwirft man ein kombinatorisches Netz, wenn man von einer logischen Problemstellung ausgeht?
4. Gebaut wird
   - eine simple Warnanlage
   - ein Binär- / Dezimal-Umwandler
   - ein Addierer

Inhalt

Kurzbeschreibung 1
Praktische Aufgaben und deren Lösungen 3
Vorarbeit 3
Wo finden wir digitale Schaltungen, und was ist der Unterschied zwischen analogen und digitalen Schaltungen? 3
AND, OR, NOT 3
Lesen von kombinatorischen Netzen – Entwerfen von kombinatorischen Netzen 3
Die Alarmanlage 4
Die Wahrheitstabelle 5
Das Karnaugh-Diagramm 5
Die Boolesche Formel 5
Die Schaltung 6
Testen des digitalen Aufbaus 6
Der Binär- / Dezimal-Umwandler 6
Die Wahrheitstabelle 7
Das Karnaugh-Diagramm 8
Die Boolesche Formel 8
Die Schaltung 8
Der Addierer 10
Die Wahrheitstabellen, die Karnaugh-Diagramme, die Boolesche Formeln und Schaltungen für den Addierer 10
Tipps 14

Praktische Aufgaben und deren Lösungen

Vorarbeit

Wo finden wir digitale Schaltungen, und was ist der Unterschied zwischen analogen und digitalen Schaltungen?

Im einleitenden Gespräch kann die Rolle der Digitaltechnik und der geschichtliche "Quantensprung" zwischen älteren Technologien und Digitaltechnik kurz bewusst gemacht warden in dem man zum Beispiel folgende oder ähnliche Problemstellungen mit den Schülern diskutiert:

- Unterschied zwischen einer Schallplatte und einer CD
- Unterschied zwischen Rechenschieber und Taschenrechner
- Uhren mit Zeiger und Uhren mit Ziffern? Ist jede Uhr mit Zeiger analog? Wann nicht?
- Wenn man Benzin zapft, werden die zu bezahlende Summe und die Anzahl der gezapften Liter mit Ziffern angezeigt. Wie wird die Menge analog durch ein sich drehendes Rädchen erfasst, aber was passiert auf dem Wege bis zur dezimalen Anzeige?
- Wo begegnen uns digitale Schaltungen, ohne dass wir viel darüber nachdenken? Geschirrspülmaschinen, Waschmaschinen, Autotürverriegelung, Tachometer….. usw., usw.. Nicht nur Computer beruhen auf Digitaltechnik.

AND, OR, NOT

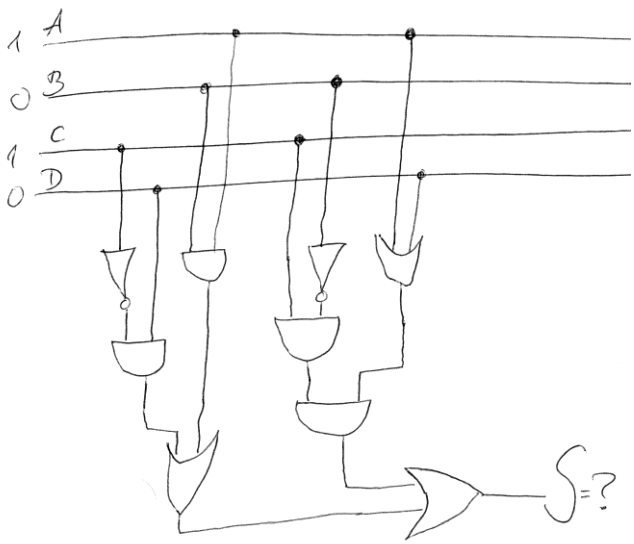
In dem vorliegenden Plan wird von komplizierenden Gattern wie XOR, NAND usw. abgesehen, da diese aus den drei Grundgattern aufgebaut werden können.

Die Schüler bekommen den Schaltplan für die drei Bausteine SN7408, SN7432 und SN7404 ausgehändigt und verifizieren die Logik der Schaltungen nach den Wahrheitstabellen für diese drei logischen Operanden. Ist es wirklich so, dass die Leuchtdiode ausgeht, wenn nur ein Eingang zu einem AND-Gatter an + angeschlossen ist, und das andere an -? Und verstehen wir, warum das ODER-Gatter die Leuchtdiode zum Leuchten bringt, obwohl nur ein Eingang am Pluspol liegt?

Nach einer kurzen Phase des Ausprobierens dürften die Schüler mit der Logik der einzelnen Gatter und mit dem Schalten von Plus und Minus, der Polung der Leuchtdiode und der Funktion des Widerstandes vertraut sein.

Lesen von kombinatorischen Netzen – Entwerfen von kombinatorischen Netzen

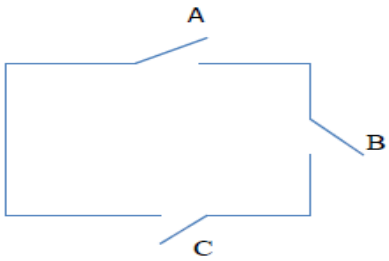
Die Schüler können zum Beispiel leicht herausfinden, ob die Leuchtdiode S leuchten soll, wenn die Eingänge A und C an sind, während die Eingänge B und D aus sind:



Aber könnten die Schüler eine ein kombinatorisches Netz nach Vorgabe von gewissen Bedingungen entwerfen? Eben wie in der Industrie, wo nicht Schaltungen interpretiert werden sollen, sondern Schaltungen nach bestimmten Vorgaben entwickelt werden müssen? Dort muss man systematisch vorgehen, was in dem Folgenden demonstriert werden soll.

4 Die Alarmanlage

Eine einleitende kleine Übung könnte sein, eine Warnanlage für folgende Situation zu bauen: Wir denken uns einen Kuhstall. Der Bauer ist ärgerlich, wenn mehr als eine Tür / ein Fenster offensteht, da sonst zu viele Fliegen hereinkommen. Eine Tür muss man aber öffnen können, denn sonst würde ja der Alarm ausgelöst, wenn der Bauer notwendigerweise zur Tür hereinkommt.



Türen / Fenster
A, B und C

Signal / Sirene = S

Die Aufgabe besteht nun darin, obige Beschreibung der Problemstellung in Schritte aufzuteilen, die letztendlich den Schaltplan ergeben:

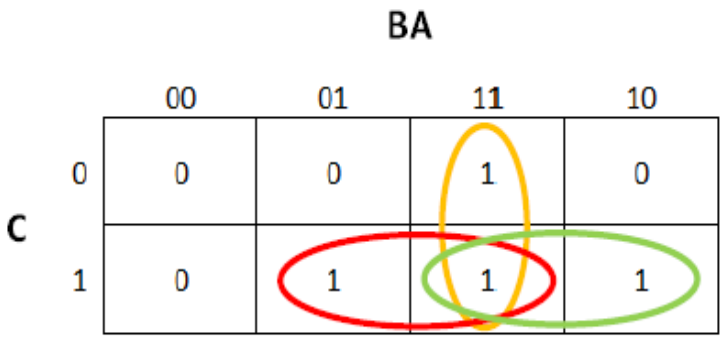
Die Wahrheitstabelle

C	B	A	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Das Blatt zeigt: Wenn mehr als eine der Türen A, B oder C offen stehen und das binäre Signal 1 an die Warnanlage melden, dann soll das Signal S den Wert 1 anzeigen.

Das Karnaugh-Diagramm

Das Karnaugh-Diagramm zeigt in den farbigen Ringen, welche Bedingungen den Alarm auslösen können. Der orangene Ring zeigt beispielsweise an, dass der Alarm ausgelöst werden soll, wenn sowohl die Tür B und A offenstehen, ganz unabhängig davon, ob die Tür C offensteht. Der grüne Ring zeigt, dass es bimmelt, falls die Türen B und C offenstehen, egal in welchem Zustand sich die Tür A befindet. Und wenn die Türen C und A offenstehen, schrillt die Anlage, auch wenn die Tür B geschlossen sein sollte.

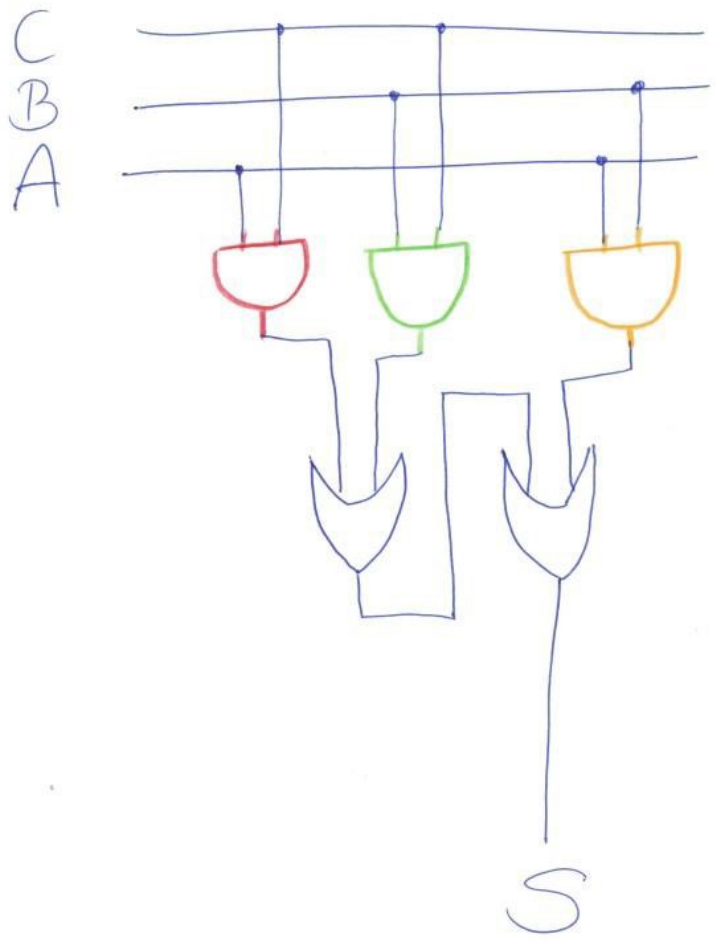


Die Boolesche Formel

$$S = A * C + B * C + A * B$$

Boolean ausgedrückt ist der Alarm dadurch definiert, dass entweder Tür **A AND C** OR **B AND C** OR **A AND B** offenstehen.

Die Schaltung



Testen des digitalen Aufbaus

Die Schüler verifizieren nun, ob die Anlage den Erwartungen gemäß funktioniert. Durch Stecken der Eingänge an Plus oder Minus simuliert man geöffnete oder geschlossene Türen/Fenster. Das Leuchten der Diode bedeutet «Alarm».

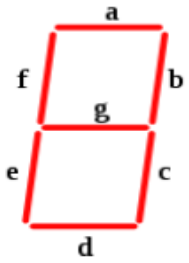
Nach diesen einführenden Experimenten können wir uns größeren Herausforderungen annehmen!

Der Binär- / Dezimal-Umwandler

Wir denken uns zum Beispiel eine Zapfsäule. Der in der Zapfsäule enthaltene Computer hat den zu bezahlenden Betrag errechnet und soll ihn nun anzeigen. Die im Computer errechnete Zahl ist beispielsweise 5 Euro. Der Kunde soll den Preis aber nicht binär angezeigt bekommen, zum Beispiel durch drei Leuchtdioden im Zustand an, aus, an. Das hier zu bauende Gerät soll den binären Wert 101 in die dezimale Darstellung 5 umwandeln.

Das vorliegende Beispiel ist nur für drei binäre Signale ausgebaut. Daher wird man nur dezimale Zahlen bis zur Sieben anzeigen können.

Die Wahrheitstabelle



Die Abbildung zeigt den schematischen Aufbau der Siebensegment-Anzeige mit den Leuchtdioden/Elementen a, b, c, d, e, f und g. Die Zahl Sieben würde eben mit den Dioden a, b und c angezeigt. Die Zahl zwei jedoch mit den Dioden a, b, g, e und d. Und so weiter.

Die Wahrheitstabellen für die Leuchtdioden a, b, c, d , e, f und g in einem Siebensegment-Display für die dezimalen Zahlen von null bis sieben (hier dargestellt durch die binæren Ziffern C, B und A – 101 wäre dann eben die dezimale Zahl 2) müssten demzufolge lauten wie in folgender Darstellung:

C	B	A	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

Das Karnaugh-Diagramm

Hier wird das Karnaugh-Diagramm für die LED b gezeigt:

C \ BA	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	0	1	0

Hier das Karnaugh-Diagramm für die LED e.

C \ BA	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1

Die übrigen fünf Diagramme müssen entsprechend erstellt werden.

Die Boolesche Formel

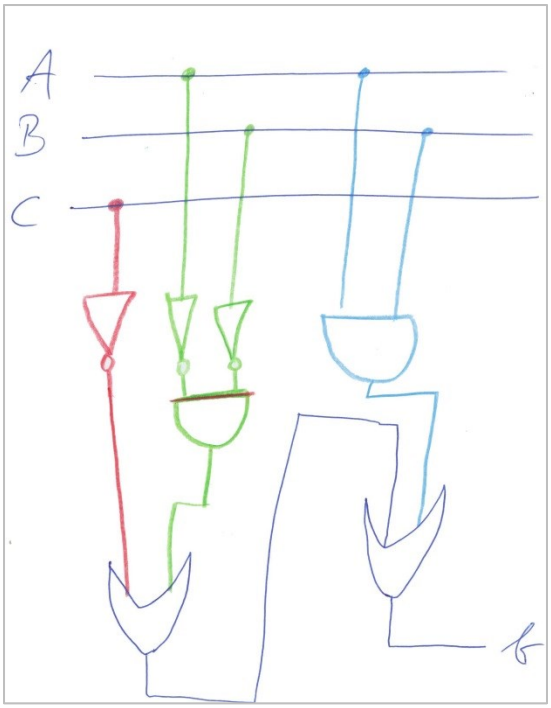
Die booleschen Formeln für die LEDs b und e sind demzufolge:

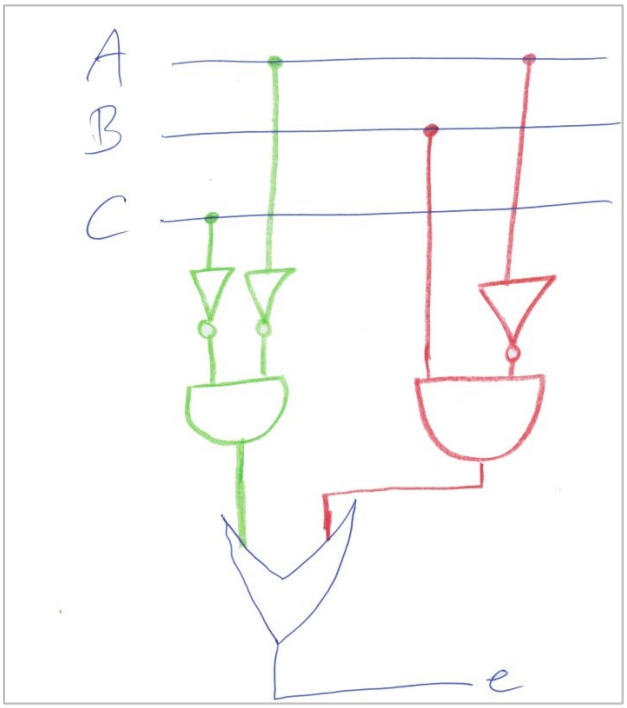
$$S = \overline{C} + \overline{A} * \overline{B} + B * A$$

$$S = \overline{C} * \overline{A} + B * \overline{A}$$

Die Schaltung

Der Schaltpläne für die LED b und e folgen aus den booleschen Ausdrücken:





Wenn für alle sieben Segmente die entsprechenden Karnaugh-Diagramme, logischen Ausdrücke und kombinatorischen Netzwerke entwickelt sind, können alle sieben auf eine Platine gebaut werden.

Die Schüler können selber zählen, wie viele Bauteile sie brauchen. Da auf jedem SN7408 vier AND-Gatter sind, werden eben eine gewisse Anzahl dieses Bausteines erforderlich sein usw.. Auf dem

SN7404 befinden sich sechs NOT-Gatter – und wie viele benötigen wir für den Bau unseres Umwandlers? Dieser Prozess bedarf der Planung, Ordnung und Übersicht.

Die fertige Anlage wird also nun drei Eingänge haben (A, B und C) für die Darstellung der binären Zahlen von 0 bis 7, und sie muss sieben Ausgänge zahlen, die an jeweils einen Widerstand und eine Leuchtdiode angeschlossen werden. Das Schönste ist natürlich, die sieben Ausgänge an eine echte Siebensegment-Anzeige anzuschließen!

Durch das Stecken der Leitungen A, B und C wird nun getestet, ob unsere Anlage den Erwartungen und unserer Wahrheitstabelle entspricht.

In diesem Experiment geht es darum, die sehr einfache Schaltung des ersten Versuches zu erweitern. Die Schüler werden sehr schnell erleben, dass der Umwandler bedeutend mehr Verbindungen bedarf als die einleitenden «Warnanlage». Hier ist die große Gefahr, dass man schnell so viel «Spaghetti» bekommt, so dass die Schüler die Übersicht verlieren.

Es ist daher vernünftig, sich auf eine Art Systematik zu einigen. Man kann zum Beispiel auf dem Schaltplan für jeden Ausgang notieren, welcher Baustein benutzt wird, und welches Bein am Baustein der jeweilige Ausgang ist. Folgt man dann der Leitung, wird man dort den jeweiligen Baustein und das entsprechende Leitungsbein am Baustein finden. Auf diese Weise wird man im Nachhinein Fehler finden können, was ohne Notizen sehr schwer wäre.

Der Addierer

Bei diesem Versuch geht es darum, die Logik des digitalen Rechnens elektronisch darzustellen. Um das Einsteigen in die Problemstellung zu erleichtern, kann man deutlich machen, dass eine beliebig lange Zahl addiert werden kann, indem man für jeden Dezimalstelle (oder eben natürlich auch für jede Binärstelle bei den binären Zahlen) den gleichen Vorgang hat, und dass dieser bei längeren Zahlen eben für jede Stelle wiederholt werden muss.

Man kann nun diesen Vorgang schematisch wie folgt beschreiben: Jeder Rechenvorgang besteht aus zwei Zahlen und aus einer weiteren Zahl, die wir aus der vorigen Rechenoperation aus dem Kopf mitbringen. Das Resultat jeder Rechenoperation resultiert in zwei Zahlen: der Summe unter dem Strich, und einer Zahl «im Kopf», die wir in den nächsten Rechenschritt überführen.

Die Wahrheitstabellen, die Karnaugh-Diagramme, die Boolesche Formeln und Schaltungen für den Addierer

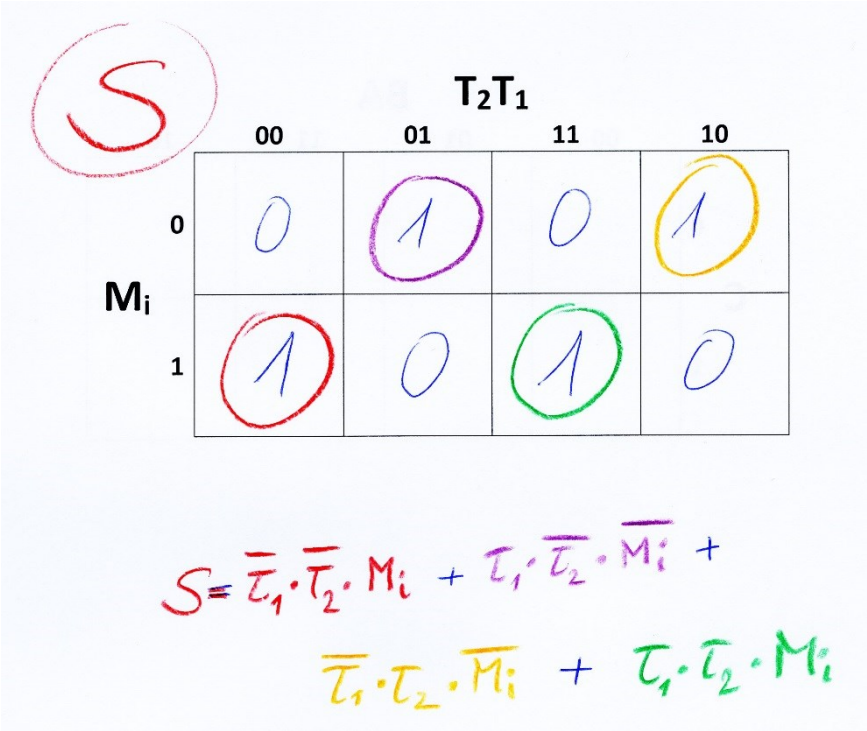
Man kann den Rechenvorgang in einer Addition wie folgt generell beschreiben: In jeder Rechenoperation, für jede Stelle, haben wir die zwei Zahlen T1 und T2, und den Übertrag aus der vorigen Operation, Mi. Es sind also drei Zahlen die in jede Operation eingehen! Und jede Operation generiert zwei neue Zahlen: einen Wert S und einen Übertrag Mu.

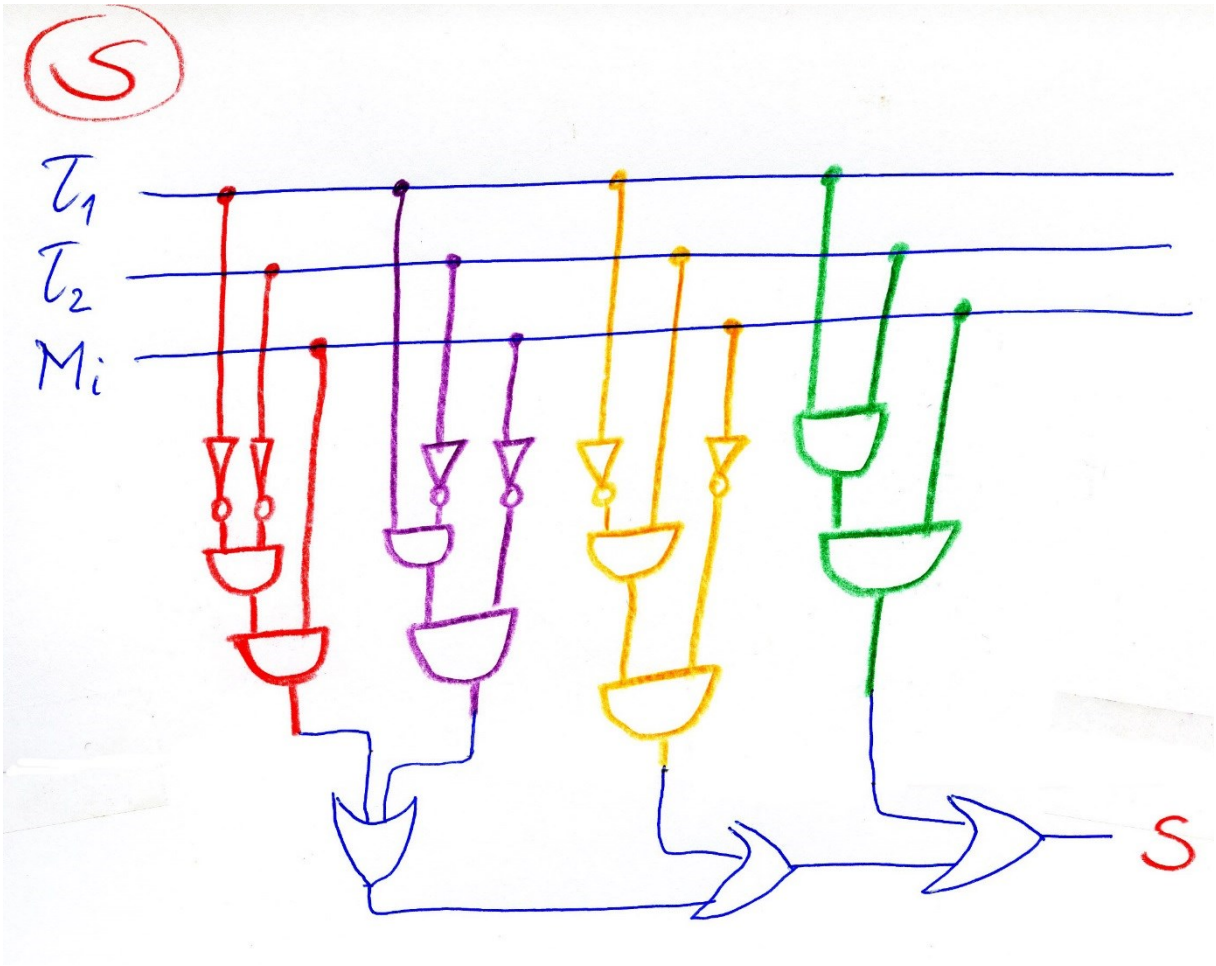
Die nächste Abbildung zeigt die Wahrheitstabelle für diesen Rechenvorgang:

M_i	T_2	T_1	S	M_u
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Die folgenden Abbildungen zeigen das entsprechende Karnaugh-Diagramm, die Formel und den Schaltplan der nötig ist die Elektronik zu bauen, die die Summe von zwei binären Ziffern errechnet.

11





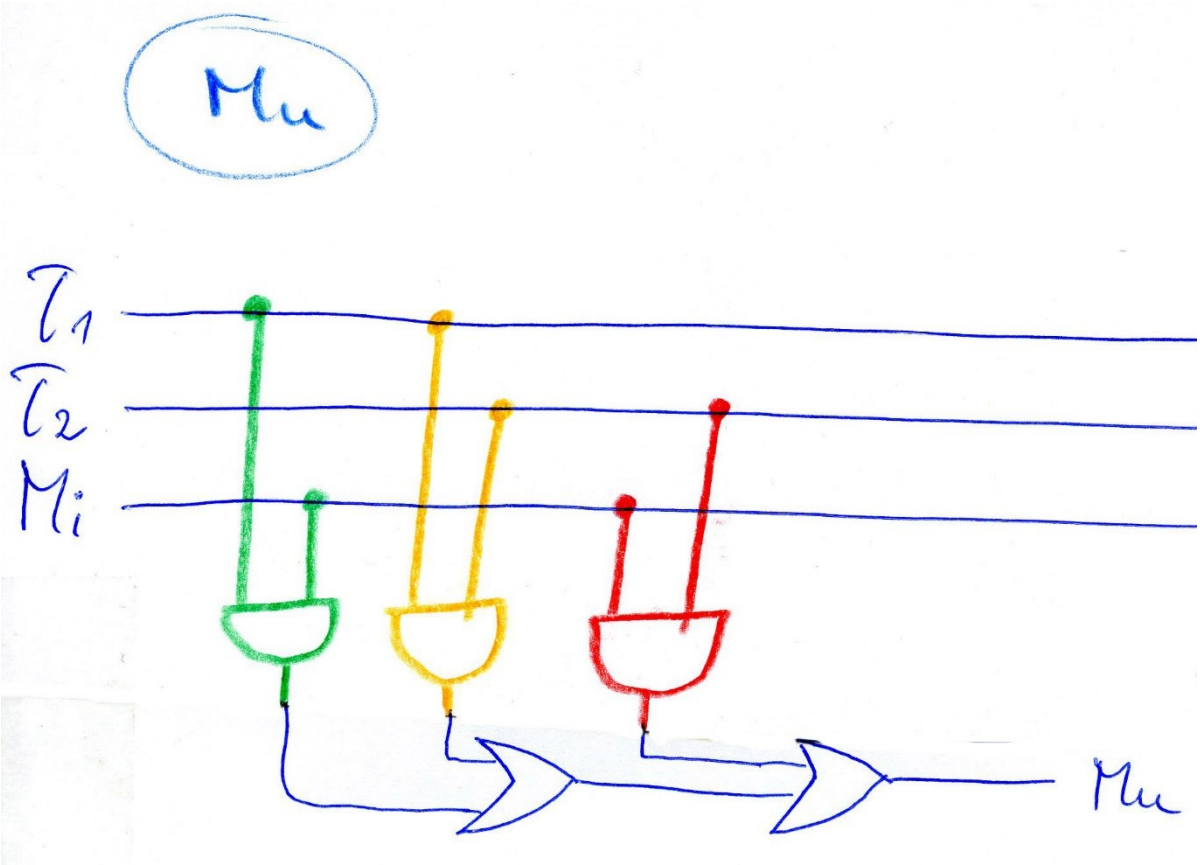
Der Übertrag (Mu), der Wert der Mi in der nächsten Operation sein wird, errechnet sich, wie dargestellt in den folgenden Abbildungen:

M_u

M_i \ T_2T_1	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

13

$$M_u = T_1 \cdot M_i + T_1 \cdot T_2 + M_i \cdot T_2$$



Die Schaltungen für S und Mu können auf die gleiche Platine gebaut werden. Hat man beispielsweise zehn Schüler, die alle ihre Platinen fehlerfrei gebaut haben, kann man zwei zehnstellige binäre Zahlen addieren, indem man dafür sorgt, dass jede Platine Mu an den Eingang von Mi auf der nächsten Platine weitergibt.

Die besonders Fortgeschrittenen können auch ihren Dezimal-Binär-Umformer anschließen und das Resultat der (allerdings nur drei Bit großen binären) Zahl dezimal anzeigen lassen.

Tipps

Beim Erstellen der zahlreichen Wahrheitstabellen muss ja garantiert werden, dass alle möglichen Kombinationen erfasst werden. Keine soll ausgelassen werden. Das wird praktisch erreicht, wenn man die Kombinationen (in den obigen Wahrheitstabellen immer die Werte C, B und A) als die binären Zahlen von 1 bis 7 darstellt: vier Nullen und vier Einsen in der ersten Kolonne, zwei und zwei in der zweiten und wechselweise null und eins in der dritten Kolonne.